POLIEDRES

Semiespai

El pla $\pi : ax+by+cz+d=0$ determina dos *semiespais oberts*:

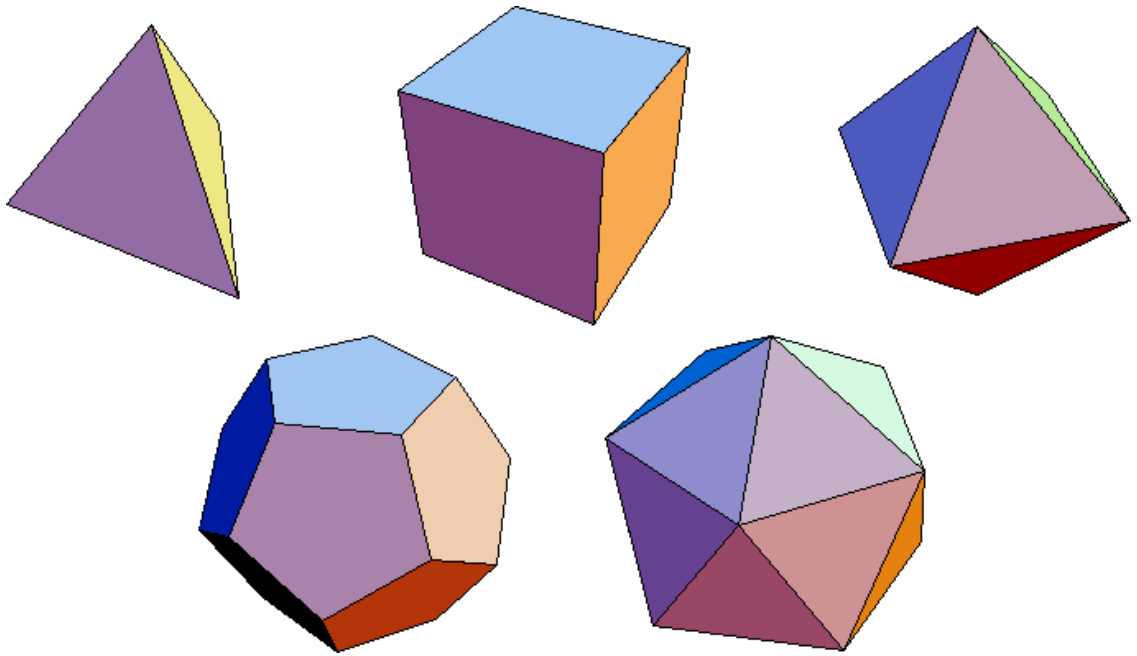
$h^+ = \{(p_x, p_y, p_z) \mid ap_x + bp_y + cp_z + d > 0\}$; $h^- = \{(p_x, p_y, p_z) \mid ap_x + bp_y + cp_z + d < 0\}$;

i dos *semiespais tancats*:

$\bar{h}^+ = \{(p_x, p_y, p_z) \mid ap_x + bp_y + cp_z + d \geq 0\}$; $\bar{h}^- = \{(p_x, p_y, p_z) \mid ap_x + bp_y + cp_z + d \leq 0\}$;

Un *políedre convex* és la intersecció d'un conjunt finit de semiespais tancats.

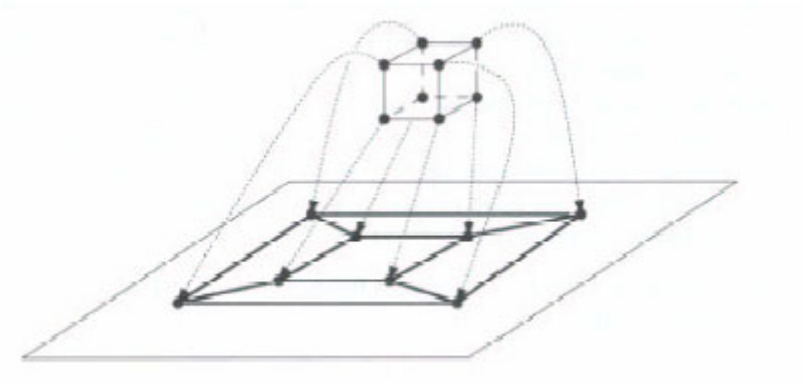
Quan la intersecció és afitada (continguda a una esfera de radi finit), s'anomena *politop.*



Politops convexos.

Un politop de quatre cares és un *tetràedre*, un de sis cares un *hexàedre*, ...

El nombre de costats i de cares d'un politop de *n* vèrtexs són d'ordre *O(n)* (la projecció a un pla del politop és un graf planar).



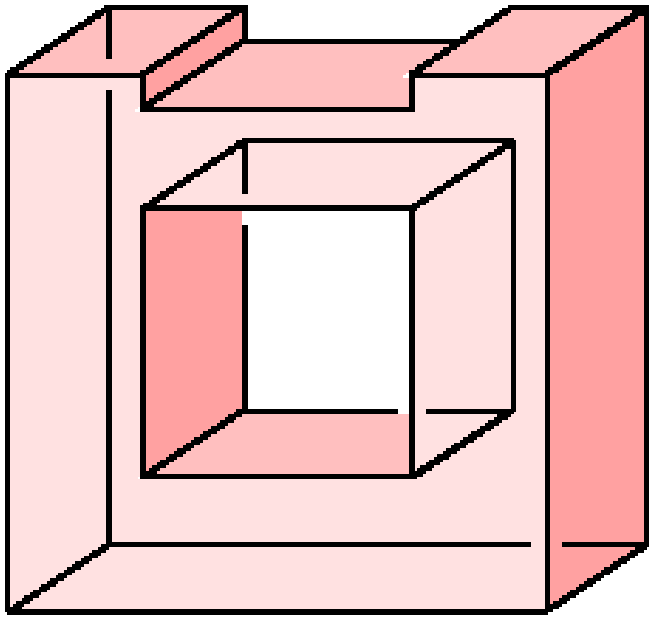
Políedre

Un *políedre P* és la unió d'un conjunt finit de politops, de manera que:

- la frontera de *P* és un conjunt connex format per polígons plans de l'espai, anomenats *cares*;
- la intersecció de dues cares és una col·lecció de punts, anomenats *vèrtexs*, i segments, anomenats *arestes*, comuns a les dues cares;
- cada aresta és compartida per almenys dues cares.

Un políedre és tancat si cada aresta és compartida per exactament dues cares del conjunt.

Un políedre és *simple* si és homeomorf a una esfera.



Políedre no convex, tancat i no simple.

Envolopant convexa

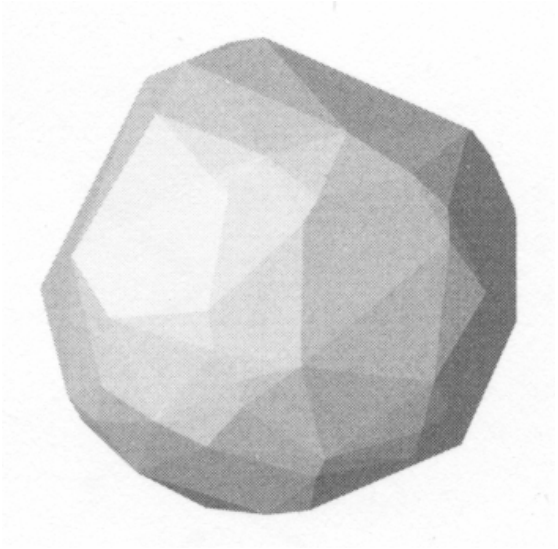
Un conjunt *C* de l'espai és *convex* si per a cada dos punts *a* i *b* de *C*, el segment *ab* també està contingut a *C*.

La intersecció (no buida) de una família finita de conjunts convexos és un conjunt convex.

L'*envolopant convexa* d'un conjunt de punts *S* de l'espai, *CH(S)*, és el conjunt convex més petit que conté *S*.

L'envolopant *CH(S)* és l'*únic politop,* d'entre tots els que conten tots els punts de *S*, que té els vèrtexs a punts de *S*.

Quan no hi ha quatre punts de *S* coplanars, les cares de *CH(S)* són triangles.



Envolopant convexa.

Si *S* té *n* punts, la complexitat de *CH(S)* en el cas pitjor és d'ordre *O(n)*.

Per a representar *CH(S)* es pot fer servir l'estructura DCEL adaptada a l'espai.

Sofware per a calcular CH(S) a R^d disponible a: http://www.qhull.org/