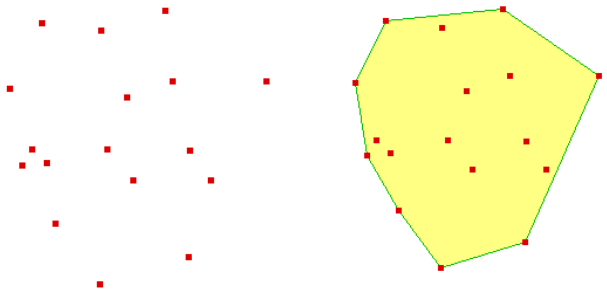
Envolopant convexa

L'*envolopant convexa* (*convex hull*) d'un conjunt de punts *S*, denotarem *CH(S)*, és el conjunt convex més petit que conté *S*.



Conjunt de punts i la seva envolopant convexa.

CH(S) és l'únic *polígon convex,* d'entre tots els que conten tots els punts de *S*, que té els vèrtexs a punts de *S* (imagineu-vos una goma elàstica ajustada a un conjunt de claus clavats a un tauler pla).

Suposarem que els vèrtexs de tot polígon convex *P* estan ordenats en sentit *positiu* (el contrari al moviment de les agulles del rellotge) i que la recta l_i que conté el costat e_i està orientada de v_{i-1} a v_i, de manera que els punts interiors a *P* queden al semipla situat a la "esquerra" de les rectes l_i, $i=1,...,n$.

Algorismes de càlcul de l'envolopant convexa

Força bruta

Es basa en l'observació que el segment *pq* és un costat de *CH(S)* $\Leftrightarrow$ tots els punts de *CH(S)-{p,q}* queden al semipla situat a l'esquerra de la recta orientada de *p* a *q*.

1. Per a cada parella de punts *p*, *q* de *S*:
   Seleccionar el segment *pq* si tots el els punts de *CH(S)-{p,q}* queden a l'esquerra de la recta orientada de *p* a *q*.

2. A partir dels segments seleccionats a 1, construir la llista dels vèrtexs de *CH(S)* ordenats en sentit positiu.

Si *S* té n punts, calen temps $O(n^3)$ i espai *O(n)*.

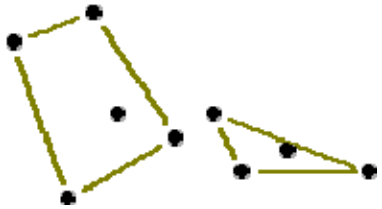
Altres

Per a construir l'envolopant convexa d'un conjunt de *n* punts hi ha diversos algorismes (Graham, Jarvis, Quick Hull, …) que requereixen temps *O(n log n)* i espai *O(n)*.

Divide and Conquer

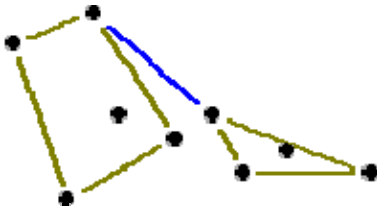
1. Sort the points on x

2. Divide the points equally to 2 subsets, and recursively find their convex hulls

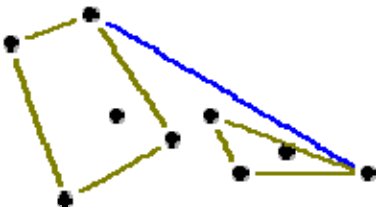


3. Merge the two convex hulls.

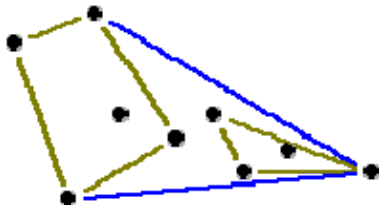
- Connect the top points in the two hulls



- Walk counter clockwise on the left hull, and clockwise on the right hull



- Follow a similar approach for the bottom side



Time:

$$T(n) = 2T(n/2) + O(n) = O(n \log n)$$

Cota inferior:

$$\Omega(n \log n)$$

Els algorismes de complexitat $O(n \log n)$ són òptims.

Aplicacions de l'Envolopant convexa:

- Detecció de Col·lisions
- Mínima capsa englobant
- Descripció de la forma d'un cluster de punts.