Diagrama de Voronoi

El *diagrama de Voronoi*, *DV(S)*, d'un conjunt no degenerat de punts *S*, en una partició del pla formada per un conjunt de cares $V_1, \ldots, V_n$, una per a cada punt de *S*. La cara V_i, la *regió de Voronoi* del punt s_i, està formada pels punts que disten de s_i menys o igual que de qualsevol altre punt de *S*. Cada aresta de *DV(S)*, adjacent a dues cares, és un segment, semirecta o recta inclosa a la mediatriu de dos punts de *S*. Un vèrtex de *DV(S)* pertany a tres cares, per tant té grau tres, i correspon a la intersecció de les mediatrius determinades per tres punts de *S*, que per tant són els tres punts més pròxims al vèrtex.

Una regió V_i és no afitada si i solament si el punt s_i és de *CH(S)*.

Considerarem el diagrama de Voronoi *DV(S)* un graf planar, tot i que algunes de les seves arestes són semirectes o rectes en comptes de segments, ja que ens podem imaginar que les arestes no afitades tenen un extrem en un vèrtex comú situat al punt de l'infinit.

Si *S* té *n* punts, donat que el diagrama de Voronoi *DV(S)* és un graf planar amb exactament *n* cares, el nombre de vèrtexs i arestes de *DV(S)* són també d'ordre *O(n)*.

Construirem el graf dual de *DV(S)* prenent com a vèrtex dual de la cara V_i el punt s_i de *S* que la determina. Com que els vèrtexs de *DV(S)* són de grau tres, les cares del graf dual són triangles. La circumferència inscrita a un triangle del graf dual no conté cap altre punt de *S* (els vèrtexs del triangle són els tres punts de *S* més pròxims al circumcentre), per tant el dual de *DV(S)* és la triangulació de Delaunay *DT(S)*.

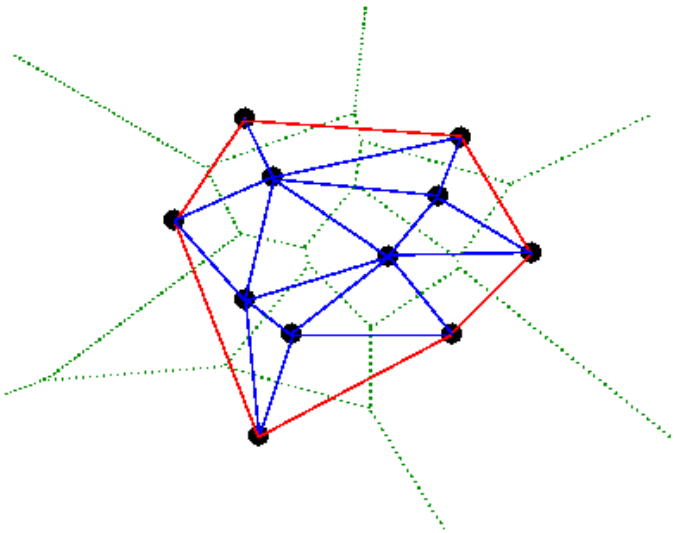


Diagrama de Voronoi i triangulació de Delaunay.

Algorismes de càlcul del diagrama de Voronoi [Mount, 4M's]

Hi ha diversos algorismes (escombrat, incremental, ...) que calculen *VD(S)* en temps *O(n log n)* i espai *O(n)*, a partir dels quals es pot calcular *DT(S)* en temps *O(n)*.