PROBLEMAS PERSONALIZADOS

IV.3 .- En el conjunto $\mathbf{R}\times\mathbf{R}$ se define

$$(x,y)+(z,u) = (x+z,y+u)$$
$$\lambda(x,y) = (\lambda x,\alpha_1)$$

Averiguar si con estas operaciones $\mathbf{R}\times\mathbf{R}$ es espacio vectorial sobre $\mathbf{R}$ para $\alpha_1 =$ .Lo mismo para las operaciones

$$(x,y)+(z,u) = (x+z,y+u)$$
$$k(x,y) = (k^2x,k^2y) \quad \text{con } k\in\mathbf{R}$$

IV.8.- Hallar λ y μ para que el vector $(\lambda,\mu,\alpha_1,\alpha_2)$ de $\mathbf{Q}^4$ sea combinación lineal de los vectores $(1,\alpha_3,-5,3)$ y $(\alpha_4,-1,4,7)$ para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$,

IV.14.- Estudiar si los siguientes conjuntos de vectores de $\mathbf{R}^4$ son l.i. o l.d.

a) $\{(-5,2,8,-16),(-5,3,17,-14),(1,1,11,6)\}$

b) $\{(0,1,\alpha_1,-1),(1,\alpha_2,-1,0),(0,\alpha_3,-1,1),(4,6,1,\alpha_4)\}$ para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

c) $\{(0,1,1,1),(1,0,1,-1),(2,2,2,1),(0,0,-1,-1),(0,1,1,0)\}$

IV.22.- Hallar una base de cada uno de los siguientes subespacios:

a) $A = [(4,2,-1),(1,\alpha_1,-3)] \cap [(1,0,\alpha_2),(2,-1,\alpha_3),(4,\alpha_4,3)]$
para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

b) $B = \left\{ \text{soluciones del sistema: } \begin{array}{r} \alpha_1x_1+x_2-x_3+x_4 = 0 \\ x_1+\alpha_2x_2+x_3 = 0 \\ \alpha_3x_1-x_2+\alpha_4x_3+x_4 = 0 \end{array} \right\}$
para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

IV.28.- Encontrar una base de los siguientes subespacios:

a) $A = \{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbf{R}^3 \mid x_1 = x_2\}$

b) $B = [\cos^2x,\text{sen}^2x,\cos(2x)]$

c) $C = [-1+x+3x^2,-6+5x+2x^2,8+4x+8x^2]$

d) $D = [(-1,1,0),(0,\alpha_1,2),(1,1,\alpha_2),(\alpha_3,-1,0),(\alpha_4,0,1)]$ para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

e) $A \cap D$

IV.32.- Averiguar si es posible encontrar en el espacio $\mathbf{R}^4$ una base que contenga a los vectores $(\alpha_1,3,-1,\alpha_2),(1,0,\alpha_3,2)$ y $(0,1,0,\alpha_4)$ para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

IV.36.- Sean los vectores $\boldsymbol{a} = (\alpha_1,0,\alpha_2)$ $\boldsymbol{b} = (1,-1,\alpha_3)$ y $\boldsymbol{c} = (\alpha_4,1,-1)$ y sea E el espacio vectorial engendrado por estos tres vectores para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$

a) Hallar dimensión y una base de E y las componentes de $(5,3,-2)$ respecto de esta base.

b) Hallar la dimensión y una base del subespacio $E \cap [(1,0,1),(0,1,1)]$.

IV.45.- Sea $E = \{$funciones $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ indefinidamente derivables$\}$. Averiguar cuáles de las siguientes aplicaciones son lineales para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

$$g : E \longrightarrow \mathbf{R} \qquad f \longrightarrow f(\alpha_1)$$

$$h : E \longrightarrow \mathbf{R} \qquad f \longrightarrow f''(\alpha_2)$$

$$i : E \longrightarrow \mathbf{R} \qquad f \longrightarrow f(0)+\alpha_3$$

$$j : E \longrightarrow \mathbf{R} \qquad f \longrightarrow (f'(\alpha_4))^2$$

$$k : E \longrightarrow \mathbf{R} \qquad f \longrightarrow \int_0^1 f(x)\,dx$$

Averiguar bases del núcleo y de la imagen y clasificarlas.

IV.52.- Dadas las siguientes aplicaciones lineales, hallar sus rangos, bases del núcleo e imagen y clasificarlas:

$$i : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$$
$$(0,1,0) \longrightarrow (0,2,0)$$
$$(1,0,0) \longrightarrow (1,0,0)$$
$$(1,1,1) \longrightarrow (2,6,0)$$

$$j : \mathbf{R}^4 \longrightarrow \mathbf{R}^2$$
$$(1,2,-1,-3) \longrightarrow (-5,1)$$
$$(-3,-1,0,5) \longrightarrow (8,0)$$
$$(4,2,5,0) \longrightarrow (\alpha_1,\alpha_2)$$
$$(-3,-2,1,7) \longrightarrow (\alpha_3,\alpha_4)$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

V.6.- Dada la aplicación

$$f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^2$$
$$(x,y,z) \longrightarrow (\alpha_1 x+\alpha_2 y, \alpha_3 x+\alpha_4 y)$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

a) Demostrar que es lineal.

b) Hallar su matriz respecto a las bases canónicas.

c) Rango de esta matriz.

d) Bases del núcleo e imagen.

e) Clasificar la aplicación.

V.10.- Resolver la ecuación

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & \alpha_3 \\ \alpha_4 & 14 \end{pmatrix}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

V.14.- En el espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden 2, averiguar si los vectores

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha_1 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} \alpha_2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \alpha_3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

forman base para para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$ .. Obtener las componentes del vector $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ en esta base.

V.18.- Se dice que una matriz es antisimétrica cuando coincide con la opuesta de su traspuesta. Probar que

a) Toda matriz simétrica o antisimétrica es cuadrada.

b) Toda matriz cuadrada se puede descomponer de manera única en suma de una matriz simétrica y una antisimétrica.

c) Aplicarlo a la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 & 2 & a_2 \\ -1 & a_3 & 0 \\ 0 & 1 & a_4 \end{pmatrix}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

V.22.- Sea $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz de una aplicación lineal f de $\mathbf{R}^3$ en $\mathbf{R}^3$. Hallar

$$A = \{\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^3 \mid f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}\} \qquad B = \{\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^3 \mid f(\boldsymbol{x}) = \lambda \boldsymbol{x}\}$$

para $\lambda =$.

V.28.- Sean $B = (\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3,\boldsymbol{e}_4)$ y $C = (\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{u}_3)$ bases de dos espacios vectoriales E y F sobre $\mathbf{R}$. Sea la aplicación lineal $f : E \longrightarrow F$ de matriz respecto a las bases B y C

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & -1 & 2 & -2 \\ -2 & \alpha_2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{pmatrix}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$. Hallar la matriz de f respecto a las bases $B' = (\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{v}_3,\boldsymbol{v}_4)$ y $C' = (\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\boldsymbol{w}_3)$ siendo

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_1 &= \boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_3+4\boldsymbol{e}_4 \\ \boldsymbol{v}_2 &= 2\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2+5\boldsymbol{e}_3-2\boldsymbol{e}_4 \\ \boldsymbol{v}_3 &= 3\boldsymbol{e}_1+5\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3+\boldsymbol{e}_4 \\ \boldsymbol{v}_4 &= \boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2-5\boldsymbol{e}_3-7\boldsymbol{e}_4 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \boldsymbol{w}_1 &= \boldsymbol{u}_1+2\boldsymbol{u}_3 \\ \boldsymbol{w}_2 &= 2\boldsymbol{u}_1+\boldsymbol{u}_3 \\ \boldsymbol{w}_3 &= 2\boldsymbol{u}_2 \end{aligned}$$

V.30.- Sea $(\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3)$ una base del espacio vectorial $\mathbf{R}^3$ sobre $\mathbf{R}$. Se considera la aplicación lineal $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ tal que

$$f(\boldsymbol{e}_3) = \alpha_1\boldsymbol{e}_1+\alpha_2\boldsymbol{e}_2+5\boldsymbol{e}_3 \qquad f(\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3) = \alpha_3\boldsymbol{e}_1 \qquad f(\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3) = \boldsymbol{e}_2-\alpha_4\boldsymbol{e}_3$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$. Hallar la matriz asociada a f en la base $(\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3)$ de $\mathbf{R}^3$, $f(\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_3)$ y el rango de f.

V.44.- Discutir la compatibilidad según los valores de m y resolver, cuando sea posible,

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 x-y+z &= \alpha_2 \\ x+my-z &= \alpha_3 \\ mx+\alpha_4 y+mz &= 8 \end{aligned}\right\} \text{ para } \alpha_1 = \quad , \alpha_2 = \quad , \alpha_3 = \quad , \alpha_4 =$$

V.47.- Hallar las inversas de las matrices siguientes:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \alpha_1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & \alpha_2 & 5 & -2 \\ 3 & 5 & \alpha_3 & 1 \\ 1 & 1 & -5 & \alpha_4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & .. & 1 \\ 1 & 2 & 2 & .. & 2 \\ 1 & 2 & 3 & .. & 3 \\ & & \cdots & & \\ 1 & 2 & 3 & .. & n \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -a & 0 & .. & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -a & .. & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & .. & 0 & 0 \\ & & \cdots & & & \\ 0 & 0 & 0 & .. & 1 & -a \\ 0 & 0 & 0 & .. & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

VI.4.- En la base $B = ((1,0),(1,1))$, la matriz asociada a una forma bilineal es $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{pmatrix}$.

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$ y $\alpha_4 =$. Calcular la matriz asociada a dicha forma bilineal en la base $C = ((0,1),(1,2))$.

VI.7.- Sea $f((x_1,x_2),(y_1,y_2)) = \alpha_1 x_1 y_1 + \alpha_2 x_1 y_2 + \alpha_3 x_2 y_1 + \alpha_4 x_2 y_2$, para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$ y $\alpha_4 =$.

Comprobar que f es una forma bilineal. Expresar matricialmente f. Determinar su forma cuadrática asociada.

VI.21.- En un espacio vectorial euclidiano de dimensión cinco y respecto de una base ortonormal se consideran los vectores de componentes

$$\boldsymbol{a} = (1,2,0,-1,0) \qquad \boldsymbol{b} = (0,1,-1,1,0) \qquad \boldsymbol{c} = (0,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$ y $\alpha_4 =$. Descomponer $\boldsymbol{c}$ en suma de dos vectores: uno de ellos combinación lineal de $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$, y el otro ortogonal al subespacio $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$.

VI.27.- En $\mathbf{R}^3$ se define el producto escalar

$$\langle (x_1,x_3,x_3),(y_1,y_2,y_3)\rangle = 4x_1y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2 + 4x_3y_3$$

y se considera el subespacio $[(1,\alpha_1,\alpha_2),(1,\alpha_3,\alpha_4)]$ para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$ y $\alpha_4 =$. Calcular:

a) su expresión matricial respecto de la base canónica y la expresión matricial de la restricción del producto escalar a V en la base $((1,-1,1),(1,1,1))$,

b) una base ortonormal de V.

VI.32.- En el espacio vectorial $\mathbf{R}^4$, hallar las ecuaciones de la proyección ortogonal sobre el subespacio engendrado por los vectores $(0,\alpha_1,\alpha_2,1)$ y $(\alpha_3,\alpha_4,-1,0)$, para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$ y $\alpha_4 =$.

VI.34.- Calcular los ángulos y las normas de los vectores que determinan los lados del triángulo de vértices $(1,\alpha_1)$, $(3,1)$ y $(1,\alpha_2)$. Lo mismo para el triángulo de vértices $(1,-4,\alpha_3))$, $(-2,1,\alpha_4)$ y $(5,1,3)$, para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

VI.36.-Desarrollar los determinantes

$$\begin{vmatrix} 5 & 7 & 6 & 8 & 5 \\ 3 & \alpha_1 & 4 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & \alpha_2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & \alpha_3 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 & \alpha_4 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 25 \\ 1 & 8 & 27 & 64 & 125 \\ 1 & 16 & 81 & 256 & 625 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$$

(para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$ y $\alpha_4 =$)

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2+a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2+a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2+a \end{vmatrix}$$

VI.43 .- Calcular el rango de las matrices

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \alpha_1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha_1 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & \alpha_1 \\ 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & -6 & 1 \\ -3 & -8 & 8 & 7 \\ -7 & -13 & 15 & 10 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & -2 & 5 \\ 3 & 10 & -6 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

(para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$ y $\alpha_4 =$)

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & i & 1-2i \\ i & 1 & -2+i \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1+i & i & 2i \\ -i & 2-i & 1 & 2+i \\ 1-i & -1+i & 2i & 0 \\ -1 & -2i & 1+i & 2+i \end{pmatrix}$$

VI.45.- Demostrar que $((1,-1,\alpha_1,0), (\alpha_2,0,2,2), (0,-1,-3,\alpha_3), (1,-1,0,\alpha_4))$ es una base de $\mathbf{R}^4$ y hallar la matriz del cambio de esta base a la base canónica, para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$,.

VI.50.- Estudiar la compatibilidad de los sistemas lineales siguientes y resolver el segundo:

$$\left.\begin{aligned} 2x+y-z &= b_1 \\ x+2y+z &= b_2 \\ 3x+y-2z &= b_3 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} ax+y+z &= 1 \\ x+ay+z &= a \\ x+y+az &= a^2 \end{aligned}\right\}$$

VII.8.- Dadas las matrices

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_3 & 1 \\ 0 & 1 & \alpha_4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$. Estudiar su diagonalización. Indicar la matriz diagonal y la del cambio de base.

VII.13.- Siendo $(\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{u}_3,\boldsymbol{u}_4)$ una base del espacio vectorial E sobre $\boldsymbol{R}$, consideremos el siguiente endomorfismo definido por

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{u}_1) &= \alpha_1\boldsymbol{u}_2 \\ f(\boldsymbol{u}_2) &= \boldsymbol{u}_1+a\boldsymbol{u}_3 \\ f(\boldsymbol{u}_3) &= \boldsymbol{u}_1+\alpha_2\boldsymbol{u}_2-\boldsymbol{u}_3 \\ f(\boldsymbol{u}_4) &= \boldsymbol{u}_1+\alpha_3\boldsymbol{u}_2+\boldsymbol{u}_3+\alpha_4\boldsymbol{u}_4 \end{aligned}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

a) Clasificar el endomorfismo según los valores de a.

b) Calcular las antiimágenes de los vectores cuyas componentes respecto de la base dada son $(1,-1,1,-1)$ y $(2,-2,2,-2)$ cuando sea biyectivo.

c) ¿Para que valores de a es diagonalizable el endomorfismo?. Hallar, en su caso, la ecuación de la diagonalización

VIII.2 .- Hallar las coordenadas del punto $Q(-1,2,8)$ del espacio afín de dimensión 3 en el sistema de referencia de origen $(\alpha_1,\alpha_2,1)$ y cuyos ejes son los vectores $(1,-1,\alpha_3),(1,0,2),(2,-2,\alpha_4)$, para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$. Hallar los puntos que tienen las mismas coordenadas en el sistema nuevo que en el antiguo.

VIII.11.- Hallar la ecuación del plano que pasando por el punto $A(3,1,7)$ es paralelo a

a) al plano $x-z = 0$,

b) a las rectas $\dfrac{x+1}{\alpha_1} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z-7}{\alpha_2}$ $\dfrac{x+5}{\alpha_3} = \dfrac{y+7}{2} = \dfrac{z-7}{\alpha_4}$ para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

VIII.16.- Estudiar la intersección de las ternas de planos

a) $\begin{aligned} x+y &= 11 \\ y-z &= 8 \\ x+z &= 3 \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} \alpha_1x+2y+5z &= 4 \\ \alpha_2x-y+3z &= 3 \\ \alpha_3x+y+\alpha_4z &= 11 \end{aligned}$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

VIII.17.- Estudiar las posiciones relativas de los pares de hiperplanos

1) $\begin{matrix} \alpha_1 x_1 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{matrix}$ 2) $\begin{matrix} 2x_1 - x_3 + 2x_4 = -3 \\ \alpha_2 x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 6 \end{matrix}$

3) $\begin{matrix} x_1 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ \alpha_3 x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{matrix}$ 4) $\begin{matrix} \alpha_4 x_1 - x_3 + 2x_4 = -3 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2 \end{matrix}$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$, hallando punto y vector director de la variedad lineal intersección, cuando se corten.

VIII.25.- Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas

a) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-2}{5}$ $\qquad x+3 = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z+8}{3}$

b) $\dfrac{x+5}{\alpha_1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{\alpha_2}$ $\qquad \dfrac{x+3}{\alpha_3} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z+8}{\alpha_4}$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

VIII.35.- Dadas las rectas

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-a}{-1} \qquad\qquad s: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$$

a) Hallar a para que se corten y en este caso, hallar la ecuación del plano que determinan y la proyección sobre él de la recta

$$t: \frac{x}{\alpha_2} = \frac{y}{\alpha_3} = \frac{z+\alpha_1}{\alpha_4}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

b) Hallar la intersección de s y t con su perpendicular común.

VIII.38.- Hallar la mínima distancia entre las rectas

$$r: \begin{cases} \alpha_1 x + 3y + z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases} \qquad\qquad s: \frac{x-2}{\alpha_2} = \frac{y-3}{\alpha_3} = \frac{z}{\alpha_4}$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

VIII.46.- a) Hallar las ecuaciones de los planos que pasando por la recta

$$\begin{aligned} \alpha_1 x+5y-7z+1 &= 0 \\ 3x+y+\alpha_2 z-2 &= 0 \end{aligned}$$

forman un angulo de $\pi/6$ con la recta de ecuaciones $x+y+\alpha_3 z = 1$, $2x + y + 6z = \alpha_4$ para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

b) Hallar los puntos que pertenecen a la recta

$$r: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$$

y que equidistan de los planos $\alpha: 2x+2y+z = 2$ y $\beta: 3x-4y = 4$.

VIII.49.- Dado el tetraedro de vértices $P(1,\alpha_1,-1)$, $Q(2,\alpha_2,1)$, $R(2,\alpha_3-2)$, $S(3,-1,\alpha_4)$, para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$. Se pide

a) Hallar la distancia entre los pares de aristas *PQ*; *RS*; *PR*; *QS*

b) Su altura.

c) Su volumen.

IX.2 .- Utilizar la eliminación gaussiana con pivote y refinamiento iterativo, para resolver los siguientes sistemas:

a)
$$\left|\begin{aligned} 4x_1+5x_2-6x_3 &= 28 \\ 2x_1-7x_3 &= 29 \\ -5x_1-8x_2 &= -64 \end{aligned}\right.$$

b)
$$\left|\begin{aligned} \alpha_1 x_2-13x_3 &= -50 \\ 2x_1-6x_2+\alpha_2 x_3 &= 44 \\ \alpha_3 x_1+\alpha_4 x_3 &= 4 \end{aligned}\right.$$

c)
$$\left|\begin{aligned} x_1+9x_2+12x_3 &= 22 \\ 9x_1+3x_2+x_3 &= 13 \\ x_1+x_2+x_3 &= 3 \end{aligned}\right.$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

IX.3.- Resolver por los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel, los siguientes sistemas:

a)
$$\left|\begin{aligned} 10x_1-3x_2+6x_3 &= 24'5 \\ x_1+8x_2-2x_3 &= -9 \\ -2x_1+4x_2-9x_3 &= -50 \end{aligned}\right.$$

b)
$$\left|\begin{aligned} x_1+7x_2-3x_3 &= -51 \\ 4x_1-4x_2+9x_3 &= 61 \\ 12x_1-x_2+3x_3 &= 8 \end{aligned}\right.$$

c)
$$\left|\begin{aligned} \alpha_1 x_1-2x_2+\alpha_2 x_3 &= 0 \\ -x_1+\alpha_3 x_2-2x_3 &= 11 \\ x_1+\alpha_4 x_2-3x_3 &= 6 \end{aligned}\right.$$

para $\alpha_1 =$, $\alpha_2 =$, $\alpha_3 =$, $\alpha_4 =$.

IX.5.- Hallar el valor propio dominante de las siguientes matrices:

10

a) $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} \alpha_3 & -12 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_4 \end{pmatrix}$