Cuestiones para pruebas de evaluacion continuada EECO Curso 2003-2004

September 27, 2004

Prueba 1: Espacios vectoriales

1. Razonar si es cierto o falso que

   a) $(\forall x \in \mathbb{R})\ (\exists y \in \mathbb{N})\ x^2 + y^2 = 4$.

   b) $(\forall x \in \mathbb{R})\ (\forall y \in \mathbb{R})\ x^2 + y^2 < 4$

   c) $(\exists x \in \mathbb{R})\ (\forall y \in \mathbb{R})\ x \geq y$

   d) $(\forall x \in \mathbb{R})\ (\exists y \in \mathbb{R})\ x \geq y$

   e) $(\exists z \in \mathbb{N})\ (\forall x \in \mathbb{R})\ (\exists y \in \mathbb{R})\ (x^z = y^z \Rightarrow x = -y)$

2. Resolver los sistemas a)

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + 2y - z = 0 \\ 2x - y - 2z = -1 \\ 3y + z = 0 \end{cases}$$

   b)

$$\begin{cases} 2x - y + 3z + 4t = 1 \\ -4x + 2y - 5z - 8t = 0 \\ 4x - 2y + z = -1 \end{cases}$$

3. Probar que 1os siguientes conjuntos no tienen estructura de espacio vectorial

   a) El conjunto de polinomios de grado menor o igual a 1, en donde suma y producto se definen de la forma siguiente:

   $(P + Q)(x) := (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x \ \ ; \ \ (\lambda P)(x) := (\lambda a_0) + a_1 x.$

   b) El subconjunto de $\mathbb{R}^3$ de puntos (x, y, z) con $2x + y + z = 2$.

4. Sea E e.v.s. K. Razonar si es cierto que

   a) $\{\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x} \in E, \boldsymbol{y} \in E\} = E \times E$.

   b) $\{\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x} \in E, \boldsymbol{y} \in E\} = E$.

   c) $\{\lambda \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{x} \in E\} = K \times E$.

5. Poner, si es posible,

   a) el vector $(2,0,0,-2) \in \mathbb{R}^4$ como combinación lineal de los vectores $(3,0,-1,2)$, $(4,2,0,-2)$ y $(-1,0,-1,0)$.

   b) el vector $x + x^2 \in \mathbb{R}_2(x)$ como combinación lineal de los vectores $x - 3x^2$, $x - 2x^2$, $-1 - x + 2x^2$.

6. Razonar si es cierto o falso que:

   a) Si $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$ son tres vectores cualesquiera de $\mathbb{R}^2$, entonces $\{\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}\}$ es un conjunto generador de $\mathbb{R}^2$.

   b) Si el subconjunto F genera un e.v. E, entonces todo vector de E puede ser escrito de forma única como combinacion lineal de elementos de F.

7. Razonar si son subespacios los siguientes conjuntos:

   a) El subconjunto de $\mathbb{R}^3$ de los puntos (x, y, z) tales que $x^2 + y^2 = z^2$.

   b) El conjunto de las funciones reales de una variable cuya gráfica pasa por el origen.

8. Dados $F = [1, x^2, x^4, \ldots, x^{2n}]$ y $G = [x, x^3, x^5, \ldots, x^{2n-1}]$, subespacios de $\mathbb{R}_{2n}(x)$, probar que $F + G = \mathbb{R}_{2n}(x)$. ¿Es $F \oplus G = \mathbb{R}_{2n}(x)$?.

9. Sea F el e.v.s. $\mathbb{R}$ generado por los vectores $\boldsymbol{u} = \cos^2 x$, $\boldsymbol{v} = \sin^2 x$. Razonar si es cierto que pertenece a F el vector

   a) $\cos 2x$ b) $\sin x$.

10. Dados $A = [(1,1,0),(2,0,-1)]$ y $B = [(1,-1,0),(3,1,-1),(2,0,-1)]$, razonar si:

    a) $A \subseteq B$

    b) $A = B$

Prueba 2: Bases, dimensión y aplicaciones lineales

1. Razonar si es cierto o falso que

   a) si F es un subconjunto l.d. del e.v. E y si $\dim(E) = n$, entonces F no puede tener menos de n elementos,

   b) si F y G son subespacios del e.v. E y si $\dim(F+G) = \dim(F)+\dim(G)$, entonces $F \cap G = \{\boldsymbol{0}\}$.

2. Determinar si son bases los conjuntos de vectores

   a) $\{(0,-2,1,0),(0,3,-1,0),(2,0,-1,0),(2,4,1,0)\} \subseteq \mathbb{R}^4$

   b) $\{1+2x+x^2, 3+x^2, 2+x\} \subseteq \mathbb{R}_2(x)$.

3. Razonar si los vectores (0,1,1), (1,3,-1), (0,0,0), (-1,-2,-1), (2,2,2) y (3,1,2) generan $\mathbb{R}^3$ y, en caso afirmativo, hallar a partir de ellos una base de $\mathbb{R}^3$.

4. Completar el conjunto $\{1-x^3, 2-x^2, 1+x+x^2\}$ con un polinomio del menor grado posible para obtener una base de $\mathbb{R}_3(x)$ y expresar $P(x) = 2-3x+4x^3$ en funcion de esta base.

5. Sean $F = [(1,0,0),(0,1,0)]$ y $G = [(1,1,0),(2,3,0)]$. Razonar si las siguientes afirmaciones son correctas:

   a) $\dim(F) = 2$, $\dim(G) = 2$ y $\dim(F+G) = 4$,

   b) $F + G = \mathbb{R}^3$,

   c) $\dim(F \cap G) < \dim(G)$.

6. Razonar si es cierto o falso que si un subconjunto $\{\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_k\}$ es l.d., entonces

   a) $\lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1\boldsymbol{x}_1 + \ldots + \lambda_k\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{0}$,

   b) $\lambda_1\boldsymbol{x}_1 + \ldots + \lambda_k\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0$,

   c) $\lambda_1\boldsymbol{x}_1 + \ldots + \lambda_k\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{0}$ para toda n-pla $(\lambda_1, \ldots, \lambda_k)$.

7. Hallar una base de los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^3$:

   a) $A = \{(x,y,z) \mid -4x-2y = 0\ ,\ 2x+y = 0\}$,

b) B es el conjunto de todos los vectores cuya segunda coordenada es la suma de la primera y la tercera,

c) $A + B$ y $A \cap B$.

8. Razonar si las siguientes afirmaciones son válidas:

   a) si $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$ es l.d., entonces $\{\boldsymbol{u}_3, \boldsymbol{u}_1\}$ es l.d.,

   b) si $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$ es l.i., entonces $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3, \boldsymbol{x}\}$ es l.i. para cualquier vector $\boldsymbol{x}$ del espacio vectorial,

   c) si $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2\}$ es l.d. y si $\boldsymbol{u}_2 \notin [\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_3]$, entonces $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$ es l.i..

9. Sea f la aplicación de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^2$ tal que $f(x, y, z) = (-2ax + a, 3x - y + 4z)$, con a un cierto número real, razonar

   a) si f es aplicación lineal para $a = 0$,

   b) si f es una aplicación lineal para todo valor de a,

   c) si para $a \neq 0$ no es una aplicación lineal.

10. Razonar si es cierto o falso que

    a) si f es una aplicación lineal de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^3$, entonces $\mathrm{Im}(f)$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$ de dimensión menor o igual que 2,

    b) si f es una aplicación lineal de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$ tal que $\mathrm{Nuc}(f) = \{\boldsymbol{0}\}$, entonces $m \geq n$,

    c) si f es una aplicación lineal, tal que $\mathrm{Nuc}(f) \neq \{\boldsymbol{0}\}$, existen vectores $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ distintos tales que $f(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{y})$.

Prueba 3: Matrices y algoritmos matriciales

1. Sea E e.v.s.$\mathbb{R}$ y $(\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$ una base de E. Dados los vectores

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_1 &= 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 + 3\boldsymbol{e}_3\\ \boldsymbol{u}_2 &= -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 - 3\boldsymbol{e}_3\\ \boldsymbol{u}_3 &= -2\boldsymbol{e}_2 - 4\boldsymbol{e}_3\end{aligned}$$

   probar que $(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3)$ es una base de E y averiguar las componentes respecto de la base $(\boldsymbol{e})$ del vector que respecto de la base $(\boldsymbol{u})$ tiene por componentes $1, -1$ y 3,

   a) utilizando procedimientos vectoriales.

   b) mediante procedimientos matriciales.

2. Sea la aplicación lineal de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^2$ definida por

$$\begin{aligned}f(2,1,3) &= (3,-1)\\ f(0,1,3) &= (4,2)\\ f(-2,1,-3) &= (3,-1)\end{aligned}$$

   Probar que f es una aplicación lineal y hallar su matriz respecto de las bases $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1))$ de $\mathbb{R}^3$ y $((4,-2),(0,-1))$ de $\mathbb{R}^2$,

   a) mediante procedimientos vectoriales.

   b) mediante procedimientos matriciales.

3. Sea la aplicación lineal de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^3$ definida por

$$\begin{aligned}f(2,1,3) &= (3,-1,3)\\ f(0,1,3) &= (4,2,5)\\ f(-2,1,-3) &= (-2,4,-1)\end{aligned}$$

   Mediante procedimientos matriciales hallar $Im(f)$, $Nuc(f)$, $rang(f)$, clasificarla, la imagen del vector $(0,1,0)$ y las antiimágenes del vector $(0,0,0)$.

4. Razonar:

   a) Si el conjunto de las matrices (2,3) de la forma $\begin{pmatrix} a & 1 & 0\\ 1 & b & 0\end{pmatrix}$ con a y b reales es un subespacio de $M_{(2,3)}(\mathbb{R})$

b) Si el conjunto de las matrices (2,2) diagonales es un subespacio de $M_{(2,2)}(\mathbb{R})$.

c) Para qué ángulos x conmutan las matrices $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$ y $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$.

5. Hallar $\text{rang}(\mathbf{A})$, $\text{rang}(\mathbf{A}^2)$, $\text{rang}(\mathbf{A}^3)$ y $\text{rang}(\mathbf{A}^4)$, para la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y averiguar para qué valores de a son regulares las matrices

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Prueba 4: Formas bilineales y determinantes

1. Razonar si es cierto o falso que

   a) Todo polinomio de segundo grado es una forma cuadrática.

   b) Si q es una forma cuadrática definida positiva, entonces para todo $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ es $q(\boldsymbol{x}) > 0$. Si q es una forma cuadrática definida negativa, entonces $\alpha q(\boldsymbol{x})$ es definida negativa si $\alpha > 0$ y definida positiva si $\alpha < 0$.

   c) La fórmula $f(x, y) = -x^2 - y^2$ es una forma cuadrática indefinida.

2. Dada la forma cuadrática $q(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$, razonar si es cierto o falso que

   a) $q(x, y) = (x\ y) \begin{pmatrix} a/2 & c/2 \\ c/2 & b/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

   b) Si $a > 0$, q no está definida.

   c) Si $ab < 0$, q no está definida.

   d) Si $a + b + c > 0$, q es definida positiva.

3. Averiguar si $f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = x_1y_1 + 5x_1y_2 + 5y_1x_2 + 26x_2y_2$ define en $\mathbb{R}^2$ un producto escalar en $\mathbb{R}^2$. Calcular su matriz en las bases

   a) base canónica.

   b) $((1, 1), (-1, 1))$.

   c) $((1, 0), (-5, 1))$.

4. Razonar si las siguientes afirmaciones son correctas

   a) $< \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} >=< \boldsymbol{x}, \boldsymbol{z} > \Rightarrow \boldsymbol{y} = \boldsymbol{z}$.

   b) $< \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z} > \boldsymbol{x} = \boldsymbol{v} \Rightarrow \boldsymbol{x} = (1/ < \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z} >)\boldsymbol{v}$ si $< \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z} > \neq 0$.

   c) Todo vector es ortogonal a $\boldsymbol{0}$.

   d) Si $\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}]^\perp$ y $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$, entonces $\{\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}\}$ es l.i..

5. Sea W el subespacio de $\mathbb{R}^4$ de todos los vectores ortogonales a $(1, 0, -1, 1)$ y a $(2, 3, -1, 2)$. Hallar una base ortonormal de W.

6. a) Averiguar si respecto del producto escalar ordinario son ortogonales los vectores $(\cos x \cos y, -\sin x \sin y, \sin y)$ y $(\cos x \sin y, -\sin x \cos y, -\cos y)$.

   b) Averiguar el ángulo formado por los vectores $(5, -2, 3)$ e $(2, 4, -1)$.

   c) Averiguar la proyección de $\boldsymbol{x} = (2, -3, -1)$ sobre $\boldsymbol{y} = (-3, 5, -2)$.

7. Sin desarrollar los siguientes determinantes probar que su valor es 0

$$\begin{vmatrix} 15 & 16 & 17 \\ 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} x-y & y-z & z-x \\ y-z & z-x & x-y \\ z-x & x-y & y-z \end{vmatrix}.$$

8. Si $\mathbf{B}$ se obtiene a partir de $\mathbf{A} \in M_{(n,n)}(\mathbb{R})$ mediante transformaciones elementales de filas, razonar si es cierto que

   a) $\det(\mathbf{A}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \det(\mathbf{B}) = 0$.

   b) $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$.

   c) $\det(\mathbf{A}) = -\det(\mathbf{B})$.

   d) $\det(\mathbf{A}) = \lambda \det(\mathbf{B})$, para un $\lambda \neq 1$.

9. Si $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ son matrices de $M_{(n,n)}(\mathbb{R})$ y $\mathbf{B}$ es regular, entonces razonar si es cierto que

   a) $\det(\mathbf{ABC}) = \det(\mathbf{A})\det(\mathbf{B})\det(\mathbf{C})$.

   b) $\det(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})+\det(\mathbf{B})$.

   c) $\det(\lambda\mathbf{A}) = \lambda \det(\mathbf{A})$.

   d) $\det(\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{B}^t) = \det(\mathbf{A})$.

10. Siendo la matriz $\mathbf{A} \in M_{(n,n))}\mathbb{R}$, expresar qué significan las siguientes sumas y razonar si son iguales a $\det(\mathbf{A})$:

    a) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij}$

    b) $\sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij}A_{ji}$

    c) $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij}$

    d) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ji}$

Prueba 5: Determinantes y formas canónicas de los endomorfismos

1. Para sucesivos valores de n calcula el determinante Δ_n de la matriz (n, n) (llamada matriz de Fibonacci), demostrando previamente que $\Delta_n = \Delta_{n-1} + \Delta_{n-2}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & ... & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ... & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   y hallar, en concreto, el determinante para $n = 12$.

2. Un granjero compro 100 animales entre gallinas, conejos y terneros. Las gallinas las pagó a 5 euros, los conejos a 10 euros y los terneros a 500 euros. Averiguar cuantos animales compró de cada clase sabiendo que gasto en total 10.000 euros.

3. Calcular a y b para que el sistema

$$\begin{cases} x + ay + z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 2x - y - bz = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

   sea indeterminado.

4. Estudiar según los valores de a y b la compatibilidad del sistema

$$\begin{cases} ax + y + z + t = 1 \\ x + ay + z + t = b \\ x + y + az + t = b^2 \\ x + y + z + t = b^3. \end{cases}$$

5. Determinar cuales de 1os siguientes subconjuntos son bases

   a) $(-1 - x + 2x^2, 2 + x - 2x^2, 1 - 2x + 4x^2)$ de $\mathbb{R}_2(x)$

b) $(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix})$ de $M_{(2,2)}(\mathbb{R})$.

6. Calcular la inversa de la matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}$ mediante determinantes.

7. Sea la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & \alpha & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Si $\lambda - 1$ divide a su polinomio característico, hallar α.

8. Dado el endomorfismo de $\mathbb{R}^4$ de matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b & 2 \end{pmatrix}$.
   Estudiar su diagonalización según los valores de a y b

9. Si un endomorfismo de $\mathbb{R}^{13}$ tiene de polinomio característico $(x-2)^{13}$ y las dimensiones de los núcleos son $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I) = 4$, $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^2 = 7$, $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^3 = 10$, $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^4 = 12$ y $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^5 = 13$, hallar su matriz de Jordan.

10. Dado el endomorfismo de la pregunta 8, hallar su forma de Jordan y la correspondiente base cuando $a = 0$ y $b \neq 0$.

Prueba 6: Geometría

1. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^4$ sea el sistema de referencia

   $(O;(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1))$

   Respecto a este sistema, hallar las ecuaciones paramétricas de la variedad lineal de dimensión 2 que pasa por los puntos $(2,1,3,1)$, $(1,0,1,0)$ y $(-1,0,0,1)$.

2. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^2$ sea un triángulo equilátero ABC de lado 2 y el sistema de referencia $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$. Respecto a este sistema, hallar las ecuaciones paramétricas de la variedad lineal de dimensión 1 que pasa por los puntos $(-1,2)$ y $(-1,1)$. Hallar sus ecuaciones cartesianas.

3. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^3$ hallar las ecuaciones de las rectas r y s paralelas a cada uno de los ejes OX y OY que se cortan en el punto $(-1,1-1)$.

4. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^5$, se consideran las variedades lineales

   $$\begin{cases} x_1 = \lambda - 1\mu \\ x_2 = 2 - \lambda - 4\mu \\ x_3 = -2 - 3\lambda \\ x_4 = 1 + \lambda - 2\mu \\ x_5 = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_4 = 2 \\ 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ 3x_2 + x_5 = 1 \end{cases}$$

   Hallar la dimensión, un punto, el subespacio director de cada una de ellas y las ecuaciones cartesianas de la primera.

5. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^4$, hallar las ecuaciones paramétricas de las variedades lineales

   $$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} 3x - 2y + 3z + 4t = 0 \\ -5x + 2y + 2t = 2 \\ -3y + t = -3 \end{cases}$$

6. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^5$, averiguar si son o no perpendiculares las variedades lineales

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 + \lambda + \mu + \nu \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 2 \\ x_5 = 2\lambda + \nu \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x_1 = 2 + \lambda \\ x_2 = 1 + \lambda \\ x_3 = 1 + \lambda \\ x_4 = 2 + \mu \\ x_5 = 2 \end{cases}$$

7. Las variedades lineales

$$\begin{cases} x + t = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} y = 0 \\ x + y - z - t = 0 \\ x + y + t = 0 \end{cases}$$

se cortan en una variedad lineal de la que se pide su dimensión, sus ecuaciones cartesianas, un punto, su subespacio director y su subespacio asociado.

8. Sean las variedades lineales

$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 5t = 5 \\ -x - y + 4z + 19t = b \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x - 4y + 6z + at = -7. \end{cases}$$

Averiguar si existen valores para a y b tales que

a) sean paralelas

b) se corten en un solo punto.

9. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^3$, sean las variedades lineales

$$\begin{cases} x_1 = a + \lambda + 2\mu \\ x_2 = 1 - \lambda - \mu \\ x_3 = 4 + 2\lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x_1 = 2 + \lambda + 2\mu \\ x_2 = 1 + 2\mu \\ x_3 = 1 + b\lambda \end{cases}$$

Hallar a y b para que

a) sean perpendiculares,

b) tengan intersección .

10. ¿Existe algún plano que contiene a la recta $r:\ (0,1,0) + \lambda(-4,1,3)$ y dista del origen 3 unidades?.