Cuestiones para pruebas de evaluacion continuada EECO

September 27, 2004

Prueba 1: Espacios vectoriales

1. Prueba que 1os siguientes conjuntos no tienen estructura de espacio vectorial

   a) El conjunto de pares (x, y), en donde la suma se define como en $\mathbb{R}^2$, pero el producto se define $\lambda(x, y) := (\lambda x, y)$.

   b) El conjunto de polinomios de grado menor o igual a 1 , en donde suma y producto se definen de la forma siguiente:

   $(P + Q)(x) := (a_0 + b_0) + (a_0 b_1 + a_1 b_0)x \;\; ; \;\; (\lambda P)(x) := (\lambda a_0) + (\lambda a_1)x.$

   c) El subconjunto de $\mathbb{R}^3$ de puntos (x, y, z) con $x + y + z = 1$.

2. Sea E e.v.s. K. Entonces

   a) $\{\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x} \in E, \boldsymbol{y} \in E\} = E \times E$.

   b) $\{\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x} \in E, \boldsymbol{y} \in E\} = E$.

   c) $\{\lambda \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{x} \in E\} = K \times E$.

3. La combinación lineal de los vectores $(1, 2, -3)$ y $(4, 0, 0)$ con coeficientes 2 y 1 da el vector $(0, 0, 3)$. La combinación lineal de los vectores $\cos^2 x$, $\sin^2 x$ y e^x con coeficientes 1, 1 y 1 da el vector $2 + e^x$.

4. El vector $(2, -2, -4, -2) \in \mathbb{R}^4$ es combinación lineal de los vectores $(3, 0, -1, 2)$, $(4, 2, 0, -2)$ y $(-1, -1, -1, -1)$. El vector $1 + x + x^2 \in \mathbb{R}_2(x)$ es combinación lineal de los vectores $x - 3x^2$, $1 + x - 2x^2$, $-1 - x + 2x^2$ y $2 + 2x^2$

5. Averiguar si es cierto o falso que:

   a) Si V es un espacio vectorial y W un subconjunto de V, entonces W es subespacio de V.

   b) Un subespacio siempre contiene a1 vector $\boldsymbol{0}$ del espacio vectoria1.

   c) Si F es un subespacio de E, entonces $F + F = F$.

6. ¿Son subespacios los siguientes conjuntos?

   a) El subconjunto de $\mathbb{R}^2$ de los puntos (x, y) tales que $x^2 - y^2 = 1$.

   b) el conjunto de las funciones reales de una variable derivables.

   c) La unión $F \cup G$ de dos subespacios F y G.

7. Dados los subespacios de $\mathbb{R}_{2n+1}(x)$, $F = [1, x^2, x^4, \ldots, x^{2n}]$ y $G = [x, x^3, x^5, \ldots, x^{2n+1}]$, probar que $F + G = \mathbb{R}_{2n+1}(x)$. ¿Es $F \oplus G = \mathbb{R}_{2n+1}(x)$?.

8. Sea F el e.v.s. $\mathbb{R}$ generado por los vectores $\boldsymbol{u}= \cos^2 x$, $\boldsymbol{v}= \sin^2 x$. Uno de los siguientes vectores pertenece a F:

   a) $\cos 2x$ b) $3 + x^2$ c) $\sin x$.

9. Averiguar si es cierto o falso que:

   a) $[(1, 2, 0), (3, -1, 4)] = [(-3, 8, -8), (1, 2, 0), (1, -5, 4), (3, -1, 4)]$

   b) $[1 + x, 2 - x^2] = [1 + x, 3 + x - x^2, 2 - x^2]$

10. Averiguar si es cierto o falso que:

    a) Si $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$ son tres vectores cualesquiera de $\mathbb{R}^2$, entonces $\{\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}\}$ es un conjunto generador de $\mathbb{R}^2$.

    b Si el subconjunto F genera un e.v. E, entonces todo vector de E puede ser escrito de forma única como combinacion lineal de elementos de F.

Prueba 2: Bases, dimensión y aplicaciones lineales

1. Un subconjunto $\{\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_k\}$ es l.i. si

   a) $\lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1\boldsymbol{x}_1 + \ldots + \lambda_k\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{0}$,

   b) $\lambda_1\boldsymbol{x}_1 + \ldots + \lambda_k\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0$,

   c) $\lambda_1\boldsymbol{x}_1 + \ldots + \lambda_k\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{0}$ para toda n-pla $(\lambda, \ldots, \lambda_k)$.

2. Averiguar si las siguientes afirmaciones son válidas:

   a) si $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$ es l.i., entonces $\{\boldsymbol{u}_3, \boldsymbol{u}_1\}$ es l.i.,

   b) si $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$ es l.d., entonces $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3, \boldsymbol{x}\}$ es l.d. para cualquier vector $\boldsymbol{x}$ del espacio vectorial,

   c) si $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2\}$ es l.i. y si $\boldsymbol{u}_2 \notin [\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_3]$, entonces $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3\}$ es l.d..

3. Averiguar si es cierto o falso que

   a) si F es un subconjunto l.i. del e.v. E y si $\dim(E) = n$, entonces F no puede tener más de n elementos,

   b) si F y G son subespacios del e.v. E y si $\dim(F+G) = \dim(F)+\dim(G)$, entonces $F \cap G = \{\boldsymbol{0}\}$,

   c) un espacio vectorial no puede tener más de una base.

4. Determinar si son bases los conjuntos de vectores

   a) (2,-4,1,0) , (0,3,-1,0) , (6,0,-1,0), (2,4,1,0) de $\mathbb{R}^4$

   b) $\{1 + 2x + x^2, 3 + x^2, x + x^2\}$ de $\mathbb{R}_2(x)$.

5. Los vectores (2,-3,1), (1,4,-2), (-8,12,-4), (1,37,-17) y (-3,-5,8) generan $\mathbb{R}^3$. Hallar un subconjunto del anterior que sea base.

6. Completar $(1, 2 - x, x^2 + 1)$ a una base de $\mathbb{R}_3(x)$ y expresar $P(x) = 2 - 3x + x^2 + 4x^3$ en funcion de esta base.

7. Sean $F = [(1, 0, 0), (0, 1, 0)]$ y $G = [(1, 1, 0)]$. Averiguar si las siguientes afirmaciones son correctas:

   a) $\dim(F) = 2$ y $\dim(G) = 1$. Como $F \cap G = G$, entonces $\dim(F \cap G) = 1$,

   b) $F + G = \mathbb{R}^3$, con lo que $\dim(F + G) = \dim(F)+\dim(G)$,

c) $\dim(F \cap G) < \dim(G)$.

8. Hallar una base de los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^3$:

   a) A es el conjunto de todos los vectores cuya primera coordenada es nula,

   b) $B = \{(x, y, z) \mid x + y - z = 0 \ , \ 2x - y + z = 0\}$,

   c) $A + B$ y $A \cap B$.

9. Sea f la aplicación de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^2$ tal que $f(x, y, z) = (-2x+a, 3x-y+4z)$, con a un cierto número real, entonces

   a) f es una aplicación lineal para todo valor de a,

   b) f es aplicación lineal sólamente si $a = 0$,

   c) cuando se lineal, hallar la matriz de f respecto de las bases canónicas.

10. Averiguar si es cierto o falso que

    a) si f es una aplicación lineal de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^3$, entonces $\mathrm{Im}(f)$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$ de dimensión menor o igual que 2,

    b) si f es una aplicación lineal de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$ tal que $\mathrm{Nuc}(f) = \{\boldsymbol{0}\}$, entonces $m \geq n$,

    c) si f es una aplicación lineal, tal que $\mathrm{Nuc}(f) \neq \{\boldsymbol{0}\}$, existen vectores $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ distintos tales que $f(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{y})$.

    d) si f es una aplicación lineal, $\dim(\mathrm{Nuc}(f)) + \dim(\mathrm{Im}(f)) = \dim(E)$, siendo E el espacio final,

Prueba 3: Matrices y algoritmos matriciales

1. Averiguar si los siguientes conjuntos son subespacios de $M_{(2,2)}(\mathbb{R})$

   a) el conjunto de las matrices (2,2) del tipo $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ con a y b reales,

   b) el conjunto de las matrices (2,2) diagonales.

2. Sean a, b, c reales cualesquiera y sean F y G los subespacios de $M_{(2,2)}(\mathbb{R})$ de las matrices de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & b \end{pmatrix}$, respectivamente. Hallar las dimensiones de F, G, $F+G$ y $F \cap G$.

3. Averiguar si es o no cierto que

   a) Si $\mathbf{A}$ es antisimétrica, también lo es $\mathbf{A}^\top$.

   b) El producto de dos matrices triangulares es triangular.

4. Hallar $\text{rang}(\mathbf{A})$, $\text{rang}(\mathbf{A}^2)$, $\text{rang}(\mathbf{A}^3)$ y $\text{rang}(\mathbf{A}^4)$, para la matriz

   $$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Sean las matrices $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$ y $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{pmatrix}$. ¿Para qué ángulo x conmutan $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$?

6. Señalar qué tipo de operaciones elementales de filas hay que efectuar sobre $\mathbf{I}$ para obtener las siguientes matrices elementales

   $$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. Averiguar para qué valores de a son regulares las matrices

   $$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

y hallar la inversa de $\mathbf{B}$.

8. Sea f la aplicación lineal de $\mathbb{R}_2(x)$ en $\mathbb{R}_1(x)$ definida por $f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_0 + a_1) - (2a_1 + 3a_2)x$. Hallar rango($f$) Nuc($f$), Im($f$) y clasificarla.

9. Sea f la aplicación lineal de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^3$ definida por

$$f(1,-1) = (2,-1,2)$$
$$f(2,-1) = (2,1,-2).$$

Plantear el cálculo de la matriz de (f) en las bases

a) $((1,-1),(2,-1))$ de $\mathbb{R}^2$ y la canónica de $\mathbb{R}^3$,

b) $((1,-1),(2,-1))$ de $\mathbb{R}^2$ y $((1,-2,3),(0,1,-1),(1,0,-2))$ de $\mathbb{R}^3$.

c) la canónica de $\mathbb{R}^2$ y $((1,-2,3),(0,1,-1),(1,0,-2))$ de $\mathbb{R}^3$,

10. En la aplicación lineal del ejercicio 9 hallar

a) las antimagenes, si existen, del vector $(4,1,-4)$,

b) las antimagenes, si existen, del vector $(4,2,-4)$,

c) las componentes de estas antiimágenes respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^2$.

Prueba 4: Determinantes y sus aplicaciones

1. Sin desarrollar los siguientes determinantes probar que su valor es 0

$$\begin{vmatrix} 15 & 16 & 17 \\ 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} x-y & y-z & z-x \\ y-z & z-x & x-y \\ z-x & x-y & y-z \end{vmatrix}.$$

2. Para sucesivos valores de n calcula el determinante de la matriz (n, n) (llamada matriz de Fibonacci)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & ... & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ... & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

y hallar, en concreto, el determinante para $n = 12$.

3. Si $\mathbf{B}$ se obtiene a partir de $\mathbf{A} \in M_{(n,n)}(\mathbb{R})$ mediante transformaciones elementales de filas, razonar si es cierto que

   a) $\det(\mathbf{A}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \det(\mathbf{B}) = 0$,

   b) $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$,

   c) $\det(\mathbf{A}) = -\det(\mathbf{B})$,

   d) $\det(\mathbf{A}) = \lambda \det(\mathbf{B})$, para un $\lambda \neq 1$.

4. Si $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ son matrices de $M_{(n,n)}(\mathbb{R})$ y $\mathbf{B}$ es regular, entonces razonar si es cierto que

   a) $\det(\mathbf{ABC}) = \det(\mathbf{A})\det(\mathbf{B})\det(\mathbf{C})$,

   b) $\det(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})+\det(\mathbf{B})$,

   c) $\det(\lambda\mathbf{A}) = \lambda \det(\mathbf{A})$,

   d) $\det(\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{B}^t) = \det(\mathbf{A})$.

5. Si desarrollamos el determinante de una matriz $\mathbf{A}$ del tipo (n, n) por los elementos de la fila i-ésima, entonces razonar si $\det(\mathbf{A})$ es igual a

   a) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij}$

   b) $\sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij}A_{ji}$

c) $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij}$

d) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ji}$

6. Un granjero compro 100 animales entre gallinas, conejos y terneros. Las gallinas las pagó a 5 euros, los conejos a 10 euros y los terneros a 500 euros. Averiguar cuantos animales compró de cada clase sabiendo que gasto en total 10.000 euros.

7. Calcular a y b para que el sistema

$$\begin{cases} x + ay + z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 2x - y - bz = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

sea indeterminado.

8. Estudiar según los valores de a y b la compatibilidad del sistema

$$\begin{cases} ax + y + z + t = 1 \\ x + ay + z + t = b \\ x + y + az + t = b^2 \\ x + y + z + t = b^3. \end{cases}$$

9. Determinar cuales de 1os siguientes subconjuntos son bases

a) $(-1 - x + 2x^2, 2 + x - 2x^2, 1 - 2x + 4x^2)$ de $\mathbb{R}_2(x)$

b) $(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix})$ de $M_{(2,2)}(\mathbb{R})$.

10. Calcular la inversa de la matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}$ mediante determinantes.

Prueba 5: Formas canónicas de los endomorfismos

1. Averiguar cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

   a) Un endomorfismo sobreyectivo tiene a 0 como valor propio,

   b) Un endomorfismo sobreyectivo puede tener a 0 como valor propio.

   c) Todo endomorfismo de un espacio vectorial de dimensión n que tenga menos de n valores propios distintos no es diagonalizable.

   d) Todo endomorfismo diagonalizable tiene al menos un valor propio.

2. Averiguar cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

   a) La traza de una matriz es igual a la suma de sus valores propios.

   b) Si $\mathbf{A}$ es cuadrada, y $\lambda = 5$ es un valor propio, el sistema $\mathbf{A} - 5\mathbf{I} = \mathbf{0}$ es compatible determinado.

   c) Toda matriz del tipo (n, n) es diagonalizable si tiene n valores propios distintos.

   d) La ecuación característica de una matriz cuadrada de orden 2 es $\lambda^2 - \mathrm{tr}(\mathbf{A})\lambda + \det(\mathbf{A}) = 0$.

3. Sea $\mathbf{A}$ es una matriz cuadrada de orden 3 tal que $\mathrm{rang}(\mathbf{A}) = 1$ y existe un vector $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$ tal que $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{x}$. Entonces averiguar cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas

   a) $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$ son valores propios de $\mathbf{A}$.

   b) $\mathrm{Nuc}(f) = V(0)$ y ambos subespacios tienen dimensión 2.

   c) $\mathbf{A}$ es diagonalizable.

   d) Si $\mathbf{A}$ es diagonalizable, entonces $\mathbf{A}^k$ es diagonalizable y los valores propios de ambas matrices coinciden.

4. Sea la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & \alpha & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Si $\lambda - 1$ divide a su polinomio característico, hallar α.

5. La matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix}$ tiene como valor propio para cualesquiera $a, b, c \in \mathbb{R}$

   a) $\lambda = a$.

   b) $\lambda = a + b + c$.

   c) $\lambda = abc$.

6. Estudiar la diagonalización de la matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} i & 1+i \\ -1+i & 2i \end{pmatrix}$ y diagonalizarla, si es posible.

7. Dada la matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Entonces para el valor propio 1 su orden de multiplicidad y la dimensión de $V(1)$ son, respectivamente

   a) 4 y 3.

   b) 3 y 3.

   c) 4 y 2.

8. Dado el endomorfismo de $\mathbb{R}^4$ de matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b & 2 \end{pmatrix}$.

   Estudiar su diagonalización según los valores de a y b

9. Si un endomorfismo de $\mathbb{R}^{13}$ tiene de polinomio característico $(x-2)^{13}$ y las dimensiones de los núcleos son $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I) = 4$, $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^2 = 7$, $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^3 = 10$, $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^4 = 12$ y $\dim \mathrm{Nuc}(f-2I)^5 = 13$, hallar su matriz de Jordan.

10. Dado el endomorfismo de la pregunta 8, hallar su forma de Jordan y la correspondiente base cuando $a = 0$ y $b \neq 0$.

Prueba 6: Geometría

1. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^3$ sea el sistema de referencia

   $(O; (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1))$

   Respecto a este sistema, hallar las ecuaciones paramétricas de la variedad lineal de dimensión 2 que pasa por los puntos $(2,1,3), (1,0,1)$ y $(-1,0,0)$. Hallar sus ecuaciones cartesianas.

2. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^3$ sea el sistema de referencia

   $(P(1,1,1); (1,0,2), (0,1,1), (0,-1,0))$

   Respecto a este sistema, hallar las ecuaciones paramétricas de la variedad lineal de dimensión 2 que pasa por los puntos $(2,1,3), (1,0,1)$ y $(-1,0,0)$. Hallar sus ecuaciones cartesianas.

3. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^2$ hallar las ecuaciones de las rectas r y s paralelas a cada uno de los ejes que se cortan en el punto $(-3,4)$.

4. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^4$, se consideran las variedades lineales

   $$\begin{cases} x_1 = 1 + \lambda + 2\mu \\ x_2 = 1 - \lambda - \mu \\ x_3 = 4 + 2\lambda \\ x_4 = 6 + \lambda + 2\mu \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 3 \\ 3x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

   Hallar la dimensión, un punto y el subespacio director de cada una de ellas.

5. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^4$, hallar las ecuaciones paramétricas de las variedades lineales

   $$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ 8x + y + t = 2 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 1 \\ x + 2y + t = 2 \\ y + t = 3 \end{cases}$$

6. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^4$, hallar las ecuaciones cartesianas de las variedades lineales

$$\begin{cases} x_1 = 1 + \lambda + \mu + \nu \\ x_2 = -1 + \lambda + \mu \\ x_3 = 2 + \mu + \nu \\ x_4 = 1 + \lambda + \nu \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x_1 = 2 + \lambda + \mu \\ x_2 = 1 + \lambda - \mu \\ x_3 = 1 + \lambda \\ x_4 = 2 + \mu \end{cases}$$

7. Hallar la ecuación del plano que contiene a las rectas r de ecuaciones $x = 0$, $y = 0$ y $s:\ (0,1,0) + \lambda(-4,1,3)$.

8. Las variedades lineales

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y - z - t = 0 \\ x + y + t = 0 \end{cases}$$

se cortan en una variedad lineal de la que se pide hallar su dimensión, sus ecuaciones cartesianas, un punto y su subespacio director.

9. Sean las variedades lineales

$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 5t = 5 \\ -x - y + 4z + 19t = b \end{cases}$$

y $x - 4y + 6z + at = -7$. Entonces

a) Nunca son paralelas.

b) Son paralelas para $a = 21$ y cualquier valor de b.

c) Siempre son paralelas.

10. En el espacio afín sobre $\mathbb{R}^3$, sean las variedades lineales

$$\begin{cases} x_1 = a + \lambda + 2\mu \\ x_2 = 1 - \lambda - \mu \\ x_3 = 4 + 2\lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x_1 = 2 + \lambda + 2\mu \\ x_2 = 1 - 2\mu \\ x_3 = 1 + \lambda + \mu \end{cases}$$

Hallar a para que tengan intersección y hallar el subespacio director de ésta.